オンライン ISSN 1347-4448
印刷版 ISSN 1348-5504

赤門マネジメント・レビュー 9 巻 6 号（2010 年 6 月）

技術進化の変化率*

―経営学輪講 Nelson and Winter (1982), Chapter 10―

Nelson, R. R., & Winter, S. G. (1982). Economic growth as a pure selection process. In R. R. Nelson & S. G. Winter, *An evolutionary theory of economic change* (chap. 10, pp. 234–245). Cambridge, MA: The Belknap Press of Harvard University Press.

若林　隆久[†]･氷熊　大輝[‡]･岡本　伊織[§]

要約：新旧二つしか技術がないとき、技術はロジスティック曲線を描いて進化する。要素価格の変化は技術の淘汰過程に影響を与えるが、特に多くの技術が存在するとき、その影響は技術の分散に比例する。経済学的インプリケーションとして、前者は、発展途上国と先進国の差異を説明し、後者は、技術の多様性による生産性の改善を示唆する。

第 10 章　「純粋な淘汰過程としての経済成長」

本稿では、Richard R. Nelson と Sidney G. Winter による *An Evolutionary Theory of Economic Change*（邦題：『経済変動の進化理論』）[1] の第 10 章 “Economic growth as a pure

* この経営学輪講は Nelson and Winter（1982）の解説と評論を若林・氷熊・岡本が行ったものです。当該論文の忠実な要約ではありませんのでご注意ください。図も若林・氷熊・岡本が解説のために Nelson and Winter（1982）を元に整理し直したものです。したがいまして、本稿を引用される場合には、「若林・氷熊・岡本（2010）によれば、Nelson and Winter（1982）は…」あるいは「Nelson and Winter (1982) は (若林, 氷熊, 岡本, 2010)」のように明記されることを推奨いたします。

† 東京大学大学院経済学研究科・日本学術振興会特別研究員 DC　taka17@deluxe.ocn.ne.jp
‡ 東京大学経済学部　daiki.higuma@gmail.com
§ 東京大学経済学部　iori.okmt@gmail.com

1 リチャード・R・ネルソン、シドニー・G・ウィンター（2007）『経済変動の進化理論』後藤晃,

selection process” (純粋な淘汰過程としての経済成長) のモデルの紹介と解説を行う。このモデルは Nelson (1968) のモデルを改訂したものである。

第 10 章では、二つの進化理論のモデルが扱われる。第 1 節で取り上げられるひとつ目のモデルは、新旧二つの技術とひとつの投入要素（労働）を想定し、新しい技術が古い技術に取って代わっていく過程における時系列変化に注目するモデルである。第 2 節で取り上げられる二つ目のモデルは、それを拡張し技術と投入要素を多数存在するようにしたものである。新旧二つしか技術がないとき、技術はロジスティック曲線を描いて進化する。要素価格の変化は技術の淘汰過程に影響を与えるが、特に多くの技術が存在するとき、その影響は技術の分散に比例する。経済学的インプリケーションとして、前者は、発展途上国と先進国の差異を説明し、後者は、技術の多様性による生産性の改善を示唆する。これらの経済学的インプリケーションの違いから、第 1 節のモデルでは経済、第 2 節のモデルでは産業、と全体を指す言葉を使い分けているが、モデルの本質が異なるわけではない。

本稿では、数式を詳細にトレースし、これら二つのモデルの紹介と解説を行う。ただし、第 10 章に記載されている数式のみでは、途中の式変形が省略されている部分があったり、数式的に説明できることを言葉で説明している部分があったりするため、十分にモデルを理解できない。そこで本稿では表 1 の通り、第 10 章に記載されている数式・記号（黒で表示）に付加して省略されている途中の式変形を補い（緑で表示)、さらに説明のために必要な数式・記号も全く新しく付加している（青で表示)。また、原著や邦訳の数式・記号で見つけた誤りについては、原著での誤りは赤、邦訳での誤りは紫、で表示する。また、数式の番号も、第 10 章に記載されている数式については数式番号が第 10 章と同じになるように番号付けを行った。

表 1　数式の色による区別

数式・記号の種類	**表示色**
第 10 章内に記載されている数式・記号	黒
省略されている途中の式変形を補った数式・記号	緑
説明のために新しく本稿で付け足した数式・記号	青
原著で間違っている数式・記号	赤
邦訳で間違っている数式・記号	紫

角南篤, 田中辰雄 訳. 慶應義塾大学出版会。本稿は原著を元に書いており、邦訳と訳や解釈が異なる場合にはその旨を明記した。

なお、本稿の数式以外の部分は、第 10 章の内容を解説するために書き下ろしたものである。

1. 経済発展と後発性：技術が二つのときの進化モデル【第 10 章第 1 節】

第 1 節で取り上げられるモデルは、古い技術と新しい技術という二つの技術だけが存在し、新しい技術が古い技術に取って代わるというモデルである。すなわち、(ア)古い技術だけが用いられている古い均衡点[2] から、(イ)新しい技術だけが用いられている新しい均衡点へ移行するモデルである。発展途上国はモデルで描かれた新しい技術への移行の過程の初期段階にあり、先進国は終盤にあると意味づけることで、このモデルを発展途上国と先進国の違いを描写するために用いることができる。

このように発展途上国と先進国の違いを描写するために、技術の移行を描いたモデルを用いることは、それまでの経済発展の理論の空白を埋めるものになる。

経済発展の理論における問題関心は、1 人当たり所得が国家間で大きくばらついていることを説明することにある。1 人当たりの所得は労働者 1 人当たりの生産性を反映したものであるとすれば、なぜ低所得国（発展途上国）の労働生産性は高所得国（先進国）よりもはるかに低いのだろうか?　この問いに対し、経済発展の理論は、当初、新古典派ミクロ経済学の理論を分析のために用いて、低所得国と高所得国は同じ生産関数上の異なる点にあるから労働者 1 人当たりの生産性が異なると説明しようとした。であるならば、労働集約的な状態から資本集約的な状態へと生産関数上を動けば労働者 1 人当たりの生産性は向上するという処方箋が書ける。

しかし、実証研究の結果、確かに高所得国は、低所得国よりも多くの資本量や労働者 1 人当たりの投入要素を所有しているのであるが、それだけでなくより高い生産関数の上で活動しているようであることが明らかになった。すなわち、経済発展の過程の多くの部分は、先進国の優れた技術（資本集約的な技術）を学習し採用することによって説明されるはずである。[3]

このような背景から第 10 章では技術の移行モデルが発展途上国と先進国の違いを描写

---

[2] 正確には、初期状態において、ほとんどすべての資本が古い技術を使用している（virtually all capital is in the “old” technology, p. 238, 邦訳, p. 286）。

[3] Nelson と Winter は、ここで議論されている新古典派の経済発展の理論の問題は、第 8 章で議論された新古典派の成長理論における問題と類似しており、図 8・1 と図 8・2 が分析の問題点を描写している、と述べている（p. 236, 邦訳, p. 284）。

するために用いられるのである。それでは、Nelson と Winter が発展途上国と先進国の違いを描写するために用いた第 1 節のモデルの詳細を見ていこう。

1.1. モデルの基本的な前提と用いられる記号

最初に、モデルの基本的な前提とモデルに用いられる記号の説明を行う。

第 1 節のモデルにおいては以下のような前提がおかれている（pp. 237–238, 邦訳, pp. 285–287)。モデルには古い技術と新しい技術があり、ともに規模に対して収穫一定で固定係数によって特徴付けられている。①新しい技術は、古い技術と比べて労働者 1 人当たりの産出量は大きいが、②資本 1 単位当たりの産出量は同じである（資本産出比率は 1 と設定される)。③新しい技術が導入されれば、要素価格の値に関わらず、生産物 1 単位当たりの費用は低くなり資本に対する利潤率は高くなる（新しい技術は常に古い技術よりも優れている)。④資本の拡大・縮小は、資本 1 単位当たりの収入から賃金と配当金を引いたものに比例している。減価償却は存在しない。⑤賃金は一定ではなく変化するが、人口は一定であり、右肩上がりの労働供給曲線は時間が経過してもシフトしないと仮定される。このモデルでは、特定の技術を利用している企業というものを想定せず、技術（あるいはそれを体化している資本）が拡大または縮小していると考える。初期状態においては、ほとんどすべての資本が古い技術を採用しており、総資本、労働供給、賃金は古い技術で均衡する水準にある。新しい技術は利益を生み拡大していく。

モデルにおいて用いられる記号は以下の通りである。経済全体の、労働投入量は L、生産量は Q、資本は K、で表される。また、製品価格 P、超過利益に対する投資の割合は λ、資本サービスの費用は r、賃金は w、で表される。技術について、古い技術を使用したときの生産 1 単位当たりに必要となる労働投入量 l_1、新しい技術を使用したときの生産 1 単位当たりに必要となる労働投入量 $l_2 = \alpha\, l_1$ (①から $\alpha < 1$)、と設定される。古い技術を体化した資本量を K_1、新しい技術を体化した資本量を K_2、とする（$K = K_1 + K_2$)。そして、②から（古い技術と新しい技術で共通の）資本産出比率 $\frac{Q}{K}=1$ と設定される（すなわち、$K = Q$)。

1.2. モデル

モデルの前提と用いられる記号を確認した上で、登場する数式を追いながら第 1 節のモ

デルを解説する。

1.2.1. モデルの前提を示す数式（pp. 237–238, 邦訳, pp. 285–287）

経済全体の生産 1 単位当たりの労働投入量 L/Q は $Q = L$ であるから L/K に等しい。二つの技術の産出量 1 単位当たりの労働投入量を加重平均したものとして求められる。すなわち古い技術を体化した資本の割合 $\frac{K_1}{K}$、新しい技術を体化した資本の割合 $\frac{K_2}{K}$ で加重平均したものである。したがって、①から $l_2 = \alpha\, l_1$ なので、

$$(1)\ \frac{L}{Q} = \frac{L}{K} = l_1\left(\frac{K_1}{K}\right) + l_2\left(\frac{K_2}{K}\right) = l_1\left(\frac{K_1}{K}\right) + \alpha l_1\left(\frac{K_2}{K}\right)$$

次に、投資（資本の変化）に着目すると、$K_i = Q_i$ なので生産 1 単位当たりの超過利益と資本 1 単位当たりの超過利益はともに $P - r - wl_i$ であり、超過利益に対する投資の割合が λ であるので、

$$(2)\ \frac{\dot{K}_i}{K_i} = \lambda\left(P - r - wl_i\right) \qquad \text{（なお、}\dot{K}_i = \frac{d}{dt}K_i\text{ である。）}$$

新しい均衡点は、製品価格が下がるか、賃金が上昇することで到達されるが、ここでは製品価格を基準価格として、すなわち製品価格を一定として、賃金の上昇によって均衡が達成されるとする。賃金は、右上がりの労働供給曲線を考えて、

$$(3)\ w = w(L)$$

という関数で表される。

ここまでの数式は、モデルの前提を数式で示したものである。

1.2.2. 淘汰過程を示す数式（p. 239, 邦訳, p. 287）

第 1 節のモデルでは、初期状態においてはほとんどすべての資本が古い技術を使用しており、新しい技術は常に古い技術よりも優れているので、(ア)古い技術だけが用いられている古い均衡点から、(イ)新しい技術だけが用いられている新しい均衡点への移行が起こる。

新しい均衡点では、古い均衡点に比べて、労働者 1 人当たりの産出量は向上している。

資本産出比率は $\frac{Q}{K}=1$ で常に一定であるので、資本労働比率（K/L）は徐々に上昇し、やがて、新しい技術の水準に到達する。

このとき、資本サービスの費用が一定であるので、資本分配率（資本への支払いに使用する付加価値の割合）と労働分配率（労働への支払いに使用する付加価値の割合）が古い均衡点でも新しい均衡点でも同じ値になる。[4] なぜなら、(ア)古い均衡点においては、古い技術だけが用いられているので、$K_1 = K$、$l_1Q = L$、であり、$Q = K$ であるので、資本分配率は、

$$\frac{rK_1}{PQ} = \frac{rK}{PQ} = \frac{r}{P}$$

同様に(イ)新しい均衡点においては、新しい技術だけが用いられているので、$K_2 = K$、$l_2Q = L$、であり、資本分配率は、

$$\frac{rK_2}{PQ} = \frac{rK}{PQ} = \frac{r}{P}$$

こうして二つの均衡点における資本分配率は等しく、その結果労働分配率も等しくなる。

さて、(ア)古い均衡点から(イ)新しい均衡点への移行における、新しい技術と古い技術の比率の変化は以下のように表される。

$$\begin{aligned}
(4)\quad \frac{d}{dt}\log\left(\frac{K_2}{K_1}\right) &= \frac{d}{dt}\left(\log K_2 - \log K_1\right) \\
&= \frac{1}{K_2}\cdot\frac{d}{dt}K_2 - \frac{1}{K_1}\cdot\frac{d}{dt}K_1 \\
&= \frac{\dot{K}_2}{K_2} - \frac{\dot{K}_1}{K_1} \\
&= \lambda\left(P - r - wl_2\right) - \lambda\left(P - r - wl_1\right) \quad \text{(2)式より}
\end{aligned}$$

[4] 邦訳では、原著の capital's share（as well as that of labor）が「資本のシェア（ということは労働のシェアも)」と訳されている（p. 239, 邦訳, p. 287)。モデルの内容と説明から判断して、これは資本分配率および労働分配率のことを指していると考えられる。ただし、一般に資本分配率や労働分配率の原語としては share of capital や share of labor が多いようである。

$$\frac{d}{dt}\log\left(\frac{K_2}{K_1}\right) = \lambda w\left(l_1 - l_2\right)$$
$$= \lambda w\left(1-\alpha\right)l_1$$

1.2.3. 古い均衡点から新しい均衡点への移行 (p. 239, 邦訳, p. 287)

(4)式が示す古い均衡点から新しい均衡点への移行において、新しい技術のシェア $\frac{K_2}{K}$ はロジスティック曲線を描く。そのことは以下のように説明できる。(2)式より、$\frac{K_2}{K_1} = e^{\{\lambda w(1-\alpha)t+C\}}$ であるので、$K_2 = e^{\{\lambda w(1-\alpha)t+C\}}K_1$ である (C は積分定数)。$\lambda w\left(1-\alpha\right) = a$ とし、$f\left(t\right) = \frac{K_2}{K} = \frac{e^{(at-\infty)}}{1+e^{(at-\infty)}}$ (ここで、ほとんどすべての資本が古い技術を使用しているという初期条件を満たすため、$t=0$ のとき $\frac{K_2}{K_1}=0$ となるように $C=-\infty$ としている)[5] とすると、

$$f'\left(t\right) = \frac{ae^{(at-\infty)}}{\left(1+e^{(at-\infty)}\right)^2}$$
$$f''\left(t\right) = \frac{a^2 e^{(at-\infty)}\left(1-e^{(at-\infty)}\right)}{\left(1+e^{(at-\infty)}\right)^3}$$

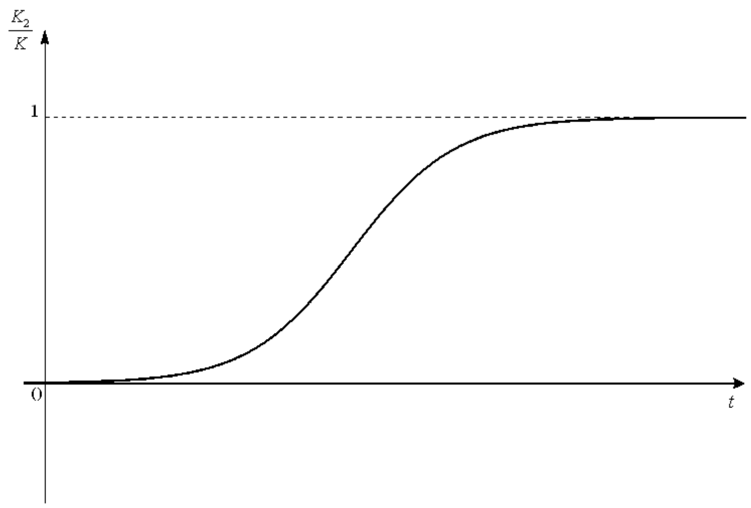
である。このグラフを描いてみると、ロジスティック曲線になる (図 1)。

つまり、(4)式は、賃金 w に変化がなければ、新しい技術のシェア $\frac{K_2}{K}$ がロジスティック曲線を描くことを示している。賃金 w が上昇する場合、ロジスティック曲線による予測を上回る割合で新しい技術が普及する。労働者一人当たりの産出量は、まずゆっくりと上昇し、その後加速して、新しい均衡に近づくにつれて再び緩やかな上昇に戻る。

---

[5] 「ほとんどすべて」という表現からもわかるように、厳密には初期条件において $\frac{K_2}{K_1}=0$ とはなっていない。ここでは図 1 のグラフを描く便宜上 $C=-\infty$ と設定している。

図 1　新技術のシェア K_2/K が描くロジスティック曲線



1.2.4. 新古典派との関係（pp. 239–240, 邦訳, pp. 287–288）

第 1 節のモデルの特徴は、新古典派のように古い均衡点と新しい均衡点だけを見るわけではなく、均衡点から均衡点への移行の過程を見ていることにある。

新古典派が着目する均衡点を見てみると、前述のように(ア)古い均衡点における資本分配率と、(イ)新しい均衡点における資本分配率は等しく、ともに r/P である。しかし、古い均衡点から新しい均衡点への移行の過程では違ったことが起きている。

第 10 章では資本分配率が労働分配率を除いたものとして定義されていることに注意しながら、移行の過程における労働分配率を除いた部分を計算すると、

$$(5)\ S_k = \left[P - wl_1\left(\frac{K_1}{K}\right) - wl_2\left(\frac{K_2}{K}\right)\right] / P$$

$$= \left[r\left(\frac{K_1}{K}\right) + r\left(\frac{K_2}{K}\right) + \left(P - r - wl_1\right)\left(\frac{K_1}{K}\right) + \left(P - r - wl_2\right)\left(\frac{K_2}{K}\right)\right] / P$$

$$S_k = \left(\frac{r}{P}\right) + \left(\frac{\dot{K}}{K}\right) / \lambda P$$ （2）式より

(5)式の最終的な右辺において、第一項は前に示した均衡点における資本分配率 r/P に等

しく、第二項は移行の過程で発生している準レントを示している。ここで、生産性の高い新しい技術が生産性の低い古い技術に取って代わる時、資本量は増加するので、$\dot{K}/K$ は正となり、したがって第二項で表される準レントは正となる。よって、古い均衡点から新しい均衡点に移行する過程における資本分配率は、均衡点における資本分配率（r/P）よりも大きくなる。また、資本と産出の伸びが最大の時に、準レントおよび資本の分配率は最大となる。

1.3. 小括

第 1 節のモデルにおいて、新しい技術が古い技術に取って代わる過程が描かれた。これを、発展途上国と先進国の比較のように、異なる国の間の経済発展の比較に当てはめる。すると、発展途上国は新しい技術の導入過程を示すロジスティック曲線の初期段階にいて、先進国は終盤にいるとあてはめられる。すなわち、発展途上国では、新しい技術の採用率が低く、平均的な生産性、賃金、資本労働比率も低い。一方、先進国では、新しい技術の採用率が高く、平均的な生産性、賃金、資本労働比率も高い。

さらに、発展途上国では先進国に比べて資本分配率が大きい傾向がある。この傾向は、第 1 節のモデルに当てはめると、発展途上国では近代的な技術（新しい技術）を導入することによって大きな準レントが発生し、その結果資本分配率が大きくなっていると解釈することができる（(5)式参照)。

このように、第 1 節のモデルは、発展途上国と先進国の違いをうまく描写しているあてはまりの良いモデルである（第 1 節の冒頭の説明を振り返って欲しい)。また、このモデルでは、経済は常に均衡点にあるわけではなく、むしろ、発展途上国も先進国も古い技術から新しい技術へと移行する不均衡な過程の上にあることが想定されている。この点で、このモデルは進化的アプローチ（evolutionary approach, p. 236, 邦訳, p. 284）に基づいたものであるといえる。

2. 多くの技術と投入要素【第 10 章第 2 節】

第 1 節のモデルは、二つの技術とひとつの投入要素（労働）だけが考慮されたモデルであった。第 2 節のモデルでは、技術と投入要素を複数へと拡張したモデルが取り扱われる。

第 2 節のモデルは第 1 節のモデルよりも要素価格の変化から受ける影響が大きい。第 1

節のモデルでは要素価格の変化にかかわらず常に新しい技術が古い技術よりも優れていたが、第 2 節のモデルでは要素価格の変化によって支配的な技術がどれであるかが変わってしまう。そこで、第 2 節では、ある投入要素の要素価格が変化した場合に、淘汰過程や淘汰の結果である到達点はどのような影響を受けるのかを明らかにする。

さらに、可変生産要素の投入比率が異なってもよいという仮定を加えることで、新古典派的な淘汰過程を描写できるようにモデルが拡張できることが示される。

2.1. モデルの前提と用いられる記号

最初に、モデルの基本的な前提とモデルに用いられる記号の説明を行う。

第 2 節のモデルの前提は基本的に第 1 節のモデルと同じである。異なるのは、技術と投入要素が複数になっている点である。n 個の投入要素 i（$i = 1, 2, 3, \cdots\cdots, n$）と M 個の技術 j（$j = 1, 2, 3, \cdots\cdots, M$）が存在しており、技術 j における投入要素 i についての生産 1 単位当たりの投入係数は a_{ij} と表される。また、投入要素 i についての生産 1 単位当たりの要素価格は w_i とする。技術 j を使用している資本量は K_j、技術 j を使用している資本の割合は $S_j = \frac{K_j}{K}$、[6] 技術 j を使用したときの利潤率は π_j、と表される。産業全体を表す場合には、それぞれの記号の上にバーを付けることで表される（例えば、$\overline{a_i}$ は産業全体における投入要素 i についての生産 1 単位当たりの投入係数を示す)。時間は T と表される。その他の記号の用い方は第 1 節と同様である。

2.2. モデル

モデルの拡張を確認した上で、登場する数式を追いながら第 2 節のモデルを解説する。

2.2.1. モデルの基本的な動き（pp. 240–242, 邦訳, pp. 289–291）

技術 j を使用したときの利潤率を π_j とすると、

$$(6)\ \pi_j = P - r - \sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij}$$

[6] 第 1 節で S は資本分配率を表していたが、第 2 節では技術 j を使用している資本の割合を表していることに注意を要する。

となり、産業全体の利潤率は、その加重平均

$$(7)\ \bar{\pi} = \sum_{j=1}^{M}\left(\frac{K_j}{K}\right)\pi_j = \sum_{j=1}^{M} S_j\pi_j = \sum_{j=1}^{M} S_j\left(P - r - \sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij}\right)$$
$$= P - r - \sum_{j=1}^{M} S_j \sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij} = P - r - \sum_{i=1}^{n} w_i \sum_{j=1}^{M} S_j a_{ij} = P - r - \sum_{i=1}^{n} w_i \bar{a}_i$$

となる。[7] ここで、$\bar{a}_i$ は産業全体における投入要素 i についての生産 1 単位当たりの投入係数である（投入 i に対する産業の平均投入係数、技術ごとの投入係数の値を資本の割合で加重平均した値)。

ここで、$S_j = \dfrac{K_j}{K}$ を変形させる。両辺の対数をとると、

$$\log S_j = \log K_j - \log K$$

であり、これを t で微分すると、

$$\frac{1}{S_j}\cdot\frac{d}{dt}S_j = \frac{1}{K_j}\cdot\frac{d}{dt}K_j - \frac{1}{K}\cdot\frac{d}{dt}K$$

であるので、$\dfrac{d}{dt}S_j = \dot{S}_j$、$\dfrac{d}{dt}K_j = \dot{K}_j$、$\dfrac{d}{dt}K = \dot{K}$ であることを用いると、

$$\dot{S}_j = S_j\left(\frac{\dot{K}_j}{K_j} - \frac{\dot{K}}{K}\right)$$

となる。

もし、ある技術への純投資率がその技術を使用した生産での超過収益（excess returns）と等しい（$\dot{K}_j / K_j = \pi_j$）とすれば、(6)式と(7)式より、

$$(8)\ \dot{S}_j = S_j\left(\frac{\dot{K}_j}{K_j} - \frac{\dot{K}}{K}\right) = S_j\left(\pi_j - \bar{\pi}\right) = S_j\left(\sum_{i=1}^{n} w_i \bar{a}_i - \sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij}\right)$$

[7] 原著の(7)式では途中から∑の添え字が省略されているが、本稿では曖昧さがないように補っている。以下の数式においても同様に省略部分を補っている。

となる。(8)式より（両辺を S_j で割って)、

$$(9)\ \frac{d}{dt}\log S_j = \frac{\dot{S}_j}{S_j} = \sum_{i=1}^{n} w_i \bar{a}_i - \sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij}$$

であることがわかり、これを時点0から時点 T まで積分すると、

$$(10)\ \log S_j(T) - \log S_j(0) = \int_0^T \sum_{i=1}^{n} w_i \bar{a}_i dt - \left(\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij} \right) T$$

となる。ここで、$\alpha(T) = \int_0^T \sum_{i=1}^{n} w_i \bar{a}_i dt$ と定義して、上の式を変形すると、

$$\log \frac{S_j(T)}{S_j(0)} = \alpha(T) - \left(\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij} \right) T$$

$$\frac{S_j(T)}{S_j(0)} = \exp\left(\alpha(T) - \left(\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij} \right) T \right)$$

$$(11)\ S_j(T) = S_j(0) \exp\left(\alpha(T) - \left(\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij} \right) T \right)$$

となる。

ここで、技術 bp が、所与の要素価格の下で、最も利益をあげる唯一の技術であると仮定する。[8] すると、$T > 0$ であれば、$S_{bp}(T) = 1$ でないかぎり、$\alpha(T) > (\sum w_i a_{ij})$ である。しかし、時間 T が無限大に発散すると $S_{bp}(T)$ は 1 に収束する。もし、技術 bp と同等の利潤が得られる技術があれば、それらの技術の割合の和が 1 に収束する。このような技術の淘汰過程を前提として、産業全体における投入要素 i についての生産 1 単位当たりの投入係数が時間を経てどのように変化するかを分析する。

時点 T における産業全体のある投入要素 k についての生産 1 単位当たりの投入係数を $\bar{a}_k(T)$ とすると、(11)式より、

[8] 本書第 10 章では、所与の要素価格の下で、技術 j が最も利益をあげる唯一の技術であるという仮定が置かれている(p. 242, 邦訳, p. 290)。しかし、添え字として j を用いてしまうと、技術 j が不特定の技術を表しているのか、最も利益をあげる技術を表しているのか、で混乱をきたしてしまう。そこで、本稿では最も利益をあげる技術の添え字として bp (Best Practice）を用いる。

$$(12)\ \bar{a}_k(T)=\sum_{j=1}^{M}S_j(T)a_{kj}$$
$$=\sum_{j=1}^{M}\left[S_j(0)\exp\left(\alpha(T)-\left(\sum_{i=1}^{n}w_i a_{ij}\right)T\right)\right]a_{kj}$$

支配的な技術がひとつだけ存在する場合、産業の平均投入係数はその技術の投入係数に近づく。[9]

2.2.2. 要素価格変化の与える影響を示す数式（pp. 242–243, 邦訳, pp. 291–292）

規模に関する収穫一定と要素価格一定を前提とすれば、ひとつかあるいは複数の支配的な技術がこのモデルの中に存在し、モデル内の淘汰過程でそれらが変わることはない。しかし、第 1 節のモデルでは常に新しい技術が古い技術よりも優れていたが、第 2 節のモデルでは要素価格の変化によって支配的な技術がどれであるかが変わってしまう。ここでは、ある投入要素 k（ここでは、仮に労働とされ、そのため、要素価格 w_k は賃金と言い換えられる）の要素価格が上昇した場合に、淘汰過程や到達点はどのような影響を受けるのかを明らかにする。(12)式を賃金 w_k で微分すると、

$$(13)\ \frac{\partial}{\partial w_k}\bar{a}_k(T)=\sum_{j=1}^{M}S_j(0)a_{kj}\frac{\partial}{\partial w_k}\left[\exp\left(\alpha(T)-\left(\sum_{i=1}^{n}w_i a_{ij}\right)T\right)\right]$$
$$=\sum_{j=1}^{M}S_j(0)a_{kj}\exp\left(\alpha(T)-\left(\sum_{i=1}^{n}w_i a_{ij}\right)T\right)\left(\frac{\partial\alpha(T)}{\partial w_k}-a_{kj}T\right)$$

となる。ここで、$\sum_{j=1}^{M}S_j(T)=1$ であるので、(11)式より

$$(14)\ \sum_{j=1}^{M}S_j(T)=\sum_{j=1}^{M}S_j(0)\exp\left(\alpha(T)-\left(\sum_{i=1}^{n}w_i a_{ij}\right)T\right)\equiv 1$$

となる。(14)式を w_k で微分すると、

[9] 支配的な技術が複数ある場合には、産業の平均投入係数はそれらの支配的技術の何らかの平均値に近づく（if there is a set of dominant techniques, the industry average approaches some average of these; p. 242）とも述べられている。この部分の訳は邦訳とは異なる。

$$(15)\ \sum_{j=1}^{M} S_j(0)\exp\left(\alpha(T)-\left(\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij}\right)T\right)\left(\frac{\partial\alpha(T)}{\partial w_k}-a_{kj}T\right)\equiv 0$$

となり、(15)式を変形すると、

$$\sum_{j=1}^{M} S_j(0)\exp\left(\alpha(T)-\left(\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij}\right)T\right)\frac{\partial\alpha(T)}{\partial w_k}-\sum_{j=1}^{M} S_j(0)\exp\left(\alpha(T)-\left(\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij}\right)T\right)a_{kj}T=0$$

$$\sum_{j=1}^{M} S_j(0)\exp\left(\alpha(T)-\left(\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij}\right)T\right)\frac{\partial\alpha(T)}{\partial w_k}=\sum_{j=1}^{M} S_j(0)\exp\left(\alpha(T)-\left(\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij}\right)T\right)a_{kj}T$$

ここで、(14)式より、$\sum_{j=1}^{M} S_j(0)\exp\left(\alpha(T)-\left(\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij}\right)T\right)=1$ であるので、

$$\frac{\partial\alpha(T)}{\partial w_k}=\sum_{j=1}^{M} S_j(0)\exp\left(\alpha(T)-\left(\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij}\right)T\right)a_{kj}T$$

また、(11)式より、$S_j(T)=S_j(0)\exp\left(\alpha(T)-\left(\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij}\right)T\right)$ であるので、

$$\frac{\partial\alpha(T)}{\partial w_k}=\sum_{j=1}^{M} S_j(T)a_{kj}T$$

である。ここで、(12)式より、$\bar{a}_k(T)=\sum_{j=1}^{M} S_j(T)a_{kj}$ を用いて、

$$\frac{\partial\alpha(T)}{\partial w_k}=\bar{a}_k(T)T$$

最後の 2 式をひとつの式にまとめると、

$$(16)\ \frac{\partial\alpha(T)}{\partial w_k}=\sum_{j=1}^{M} S_j(T)a_{kj}T=\bar{a}_k(T)T$$

が得られる。(13)式に代入すると、

$$(17)\ \frac{\partial}{\partial w_k}\bar{a}_k(T)=\sum_{j=1}^{M}S_j(0)a_{kj}\exp\left(\alpha(T)-\left(\sum_{i=1}^{n}w_i a_{ij}\right)T\right)\left(\bar{a}_k(T)T-a_{kj}T\right)$$
$$=-\sum_{j=1}^{M}S_j(T)a_{kj}\left(a_{kj}-\bar{a}_k(T)\right)T$$
$$=-T\sum_{j=1}^{M}S_j(T)a_{kj}\left(a_{kj}-\bar{a}_k(T)\right)$$

となる。ここで、加重平均の定義 $\bar{a}_k(T)=\sum_{j=1}^{M}S_j(T)a_{kj}$ であり、$\sum_{j=1}^{M}S_j(T)=1$ であるので、

$$\sum_{j=1}^{M}S_j(T)\left(a_{kj}-\bar{a}_k(T)\right)=\sum_{j=1}^{M}S_j(T)a_{kj}-\sum_{j=1}^{M}S_j(T)\bar{a}_k(T)=0$$

よって、$T\sum_{j=1}^{M}S_j(T)\bar{a}_k(T)\left(a_{kj}-\bar{a}_k(T)\right)=0$ となるので、これを(17)式右辺の第二項として加えると、

$$\frac{\partial}{\partial w_k}\bar{a}_k(T)=-T\sum_{j=1}^{M}S_j(T)\left(a_{kj}-\bar{a}_k(T)\right)^2+T\sum_{j=1}^{M}S_j(T)\bar{a}_k(T)\left(a_{kj}-\bar{a}_k(T)\right)$$
$$=-T\sum_{j=1}^{M}S_j(T)\left(a_{kj}^2-2\bar{a}_k(T)a_{kj}+\left(\bar{a}_k(T)\right)^2\right)$$
$$=-T\sum_{j=1}^{M}S_j(T)\left(a_{kj}-\bar{a}_k(T)\right)^2$$

となる。ここで、$Var\left(a_{kj}\right)$ を時間 T における市場シェアで加重した投入係数の分散とすると、

$$(18)\ \frac{\partial}{\partial w_k}\bar{a}_k(T)=-T\,Var\left(a_{kj}\right)$$

となる。[10]

[10] 原著の表記を見ると、(18)式の左辺の a にバーが付いていないが、これは明らかに誤りなので、ここではバーを付けている。

2.2.3. 要素価格の変動に伴う淘汰過程や到達点の変化（pp. 243–244, 邦訳, pp. 292–293）

この(18)式が、投入要素の価格変化（ここでは賃金の変化）に伴って淘汰過程や到達点がどのように変化するかを示す式となる。(18)式の左辺は「賃金 w_k が上昇した時に、産業の平均投入係数 $\bar{a}_k(T)$ はどのように変化するのか」であり、右辺は「−(時間 T)×(産業内の技術の分散 $Var(a_{kj})$)」となっている。ここで、時間は常に正であるため、この分散が 0 でなく正であるかぎり、$\bar{a}_k(T)$ の値は、w_k と逆に動く（The value of $\bar{a}_k(T)$ varies inversely with w_k if there is positive variance, p. 243, 邦訳, p. 292）。

(18)式を見てみると、以下のようなことがわかる。もし、ひとつの技術以外のすべての技術が排除されてしまったならば、投入係数の分散はゼロとなるので、賃金の上昇は何の影響ももたらさない。また、最初にあるひとつの技術だけが相当量の資本に用いられているならば、投入係数の分散は小さくなり、要素価格の変化が大きな影響を及ぼすようになるには（投入係数の分散が大きくなるには)、長い時間がかかる。

最初にいくつかの技術が使用されており、そのうちのひとつが支配的な技術であり、要素価格の変化が支配的な技術を変化させないとすれば、時間 T が無限大に発散する時、支配的な技術への収束が起こり、投入係数もひとつの値 a_{kbp} に収束するため、投入係数の分散はゼロに収束する。

ある要素価格 w_k (賃金）の変化はこの淘汰過程にどのような影響を与えるであろうか。賃金 w_k の上昇が起こった時に支配的な技術が他の技術に取って代わる速度は速くなることもあれば遅くなることもある。(ア)支配的な技術の労働投入係数 a_{kbp} が産業の平均投入係数よりも低い場合は、支配的な技術が他の技術に取って代わる速度は速くなり、(イ)支配的な技術の労働投入係数 a_{kbp} が産業の平均投入係数よりも高い場合は、支配的な技術が他の技術に取って代わる速度は遅くなる。[11]

[11] このことを(18)式に則って説明すると以下のようになる。

(ア)支配的な技術の投入係数が産業の平均投入係数よりも低い場合、産業の平均投入係数は現在よりも低い値へと収束していくことになる。産業の平均投入係数は時間に関して単調減少である。ここで、労働の価格が上昇すると、産業の平均投入係数の変化の傾きは小さくなる。低い値へと収束していく単調減少な(傾きが負な)関数において傾きが小さくなるということは(傾きが急になるということであり)、支配的な技術の投入係数へと収束していく速度は速くなる。

一方、(イ)支配的な技術の投入係数が産業の平均投入係数よりも高い場合、産業の平均投入係数は現在よりも高い値へと収束していくことになる。産業の平均投入係数は時間に関して単調増加である。ここで、労働の価格が上昇すると、産業の平均投入係数の変化の傾きは小さく

このように、賃金の変化によって、支配的な技術の普及の速度や産業の平均的な労働投入係数の時間的経路は影響を受けるが、時間 T が無限大に発散する時に支配的な技術への収束が起こり、投入係数も支配的な技術の投入係数の値に収束するということは変わらない。すなわち、到達点の変化は起こらない。

しかし、要素価格の変化によって支配的な技術が変化する場合には到達点の変化が起こり、時間 T が無限大に発散するのに伴い投入係数が収束値へと漸近するのを表す、投入係数と要素価格の関数（すなわち、(18)式の左辺）に不連続性が存在することになる。

例えば、異なる投入係数を持ち初期状態から存在する技術すべてが費用を最小化できるように変化すると、分散はゼロにならずその w_k の値において時間 T を無限大に発散させると、

$$\lim_{T\to\infty}\frac{\partial}{\partial w_k}\bar{a}_k\left(T\right)=-\infty$$

となる。このとき、産業の平均投入係数はひとつの値に収束しない。本来、$T\to\infty$ のとき、産業の平均投入係数 $\bar{a}_k\left(T\right)$ は、a_{kbp} へ収束し、$Var\left(a_{kj}\right)=0$ となる。しかしながら、すべての技術が費用を最小化していると技術は無差別となり収束する値を持たない。

2.2.4. 新古典派との関係（pp. 244–245, 邦訳, pp. 293–294）

最後に、可変生産要素の投入比率が異なってもよいという仮定を加えてモデルを拡張する。それぞれの技術は等量線に乗っており、新古典派で仮定しているように企業はどの要素価格のセットに対しても費用を最小化するような技術を瞬時に採用すると仮定する。技

なる。高い値へと収束していく単調増加な（傾きが正な）関数において傾きが小さくなるということは（傾きが緩やかになるということであり）、支配的な技術の投入係数へと収束していく速度は遅くなる。

より数式に基づいた説明は以下のようになる。まず、支配的技術の要素 k の投入係数が平均より高いときを考える。ある時点 T_0 で要素価格 w_k が上昇したとする。上昇する前の価格を w_{kN}、上昇した後の価格を w_{kH} とし、時点 T_0 以降の時点 T_1 において、要素価格が上昇しない場合の産業の平均投入係数を $\bar{a}_k\left(T_1\right)_N$、上昇した場合の産業の平均の投入係数を $\bar{a}_k\left(T_1\right)_H$ とする。支配的な技術の投入係数が平均よりも大きいことから、$a_{kj}>\bar{a}_k\left(T_1\right)_N$ であり、(18)式より、$w_{kN}<w_{kH}$ のとき、$\bar{a}_k\left(T_1\right)_N>\bar{a}_k\left(T_1\right)_H$ であるから、$a_{kj}>\bar{a}_k\left(T_1\right)_N>\bar{a}_k\left(T_1\right)_H$ である。つまり、時点 T_0 以降のどの時点 T_1 においても、要素価格が上昇した場合の産業の平均投入係数が収束値よりも遠い値をとっているので、収束するのが遅くなることが示されている。なお、支配的技術の要素 k の投入係数が平均より低いときは $\bar{a}_k\left(T_1\right)_N>\bar{a}_k\left(T_1\right)_H>a_{kj}$ となり、要素価格が上昇した場合の産業の平均投入係数が収束値よりも近い値をとっているので、収束するのが速くなることが示されている。

術 j のもとで最小化された生産 1 単位当たりの費用を $\phi_j(w)$ とすると、

$$(6a)\ \pi_j = P - r - \phi_j(w)$$

となる。このとき、$\sum_{i=1}^{n} w_i a_{ij}$ を $\phi_j(w)$ に、$\sum_{i=1}^{n} w_i \bar{a}_i$ を $\bar{\phi}(w) = \sum_{j=1}^{M} S_j \phi_j(w)$ に置き換え、また、双対定理より $\frac{\partial}{\partial w_k}\phi_j(w) = a_{kj}$ であることを踏まえて、さきほどと同じように式変形を行うことができる。ここで、前提の変化によって a_{kj} が w_k に依存するようになったので、(13)式からの式変形に変化が起こり、

$$\frac{\partial}{\partial w_k}\bar{a}_k(T) = \sum_{j=1}^{M} S_j(0)\left[\exp\left(\alpha(T) - \phi(w)T\right)\right]\frac{\partial}{\partial w_k}a_{kj} + \sum_{j=1}^{M} S_j(0) a_{kj}\frac{\partial}{\partial w_k}\left[\exp\left(\alpha(T) - \phi(w)T\right)\right]$$

というように、関数の積の微分になり、これを整理すると、(18)式の右辺にひとつ項が加わり、

$$(19)\ \frac{\partial}{\partial w_k}\bar{a}_k(T) = -T\,Var\left(a_{kj}\right) + \sum_{j=1}^{M} S_j(T)\frac{\partial}{\partial w_k}a_{kj}$$

となる。新たに加わった右辺第二項は経済の通常の効果（along-the-rule effects）であり、淘汰の効果とともに数式に現れる。

このようにして第 2 節のモデルでは、進化理論的な淘汰過程を描写することもできれば、新古典派的な淘汰過程を描写できるのである。上記のように企業はどの要素価格のセットに対しても費用を最小化するような技術を瞬時に採用するという仮定を置くと、すべての T に対して $Var\left(a_{kj}\right) = 0$ なので、(19)式は経済の通常の効果のみを表す。一方、(18)式のように淘汰の効果のみを表すこともできる。

2.3. 小括

第 2 節では、ある投入要素の要素価格が変化した場合に、淘汰過程や淘汰の結果である到達点はどのような影響を受けるのかが明らかにされた。この影響を示している数式(18)

式を再掲する。

$$(18)\ \frac{\partial}{\partial w_k}\bar{a}_k(T) = -T\,Var\left(a_{kj}\right)$$

あらためて(18)式を振り返ってみよう。(18)式は、投入要素の要素価格の変化（ここでは賃金の変化）に伴って淘汰過程や到達点がどのように変化するかを示す式であり、「賃金 w_k が上昇した時に、産業の平均投入係数 $\bar{a}_k(T)$ はどのように変化するのか」(左辺）は「時点 T と、産業内の技術の分散 $Var\left(a_{kj}\right)$」(右辺）に依存していることを示している。ここで、正の時間において、この分散が 0 でなく正であれば、$\bar{a}_k(T)$ の値は、w_k と逆に動く。

この結果について、Nelson と Winter は脚注 2 (p. 243）で以下のように述べている。[12]

> この結果は、R・A・フィッシャーの「自然淘汰の基本定理」:「ある時点でのある生物の適合度の増加率は、その時点の適合度の遺伝的分散に等しい」を思わせる。このモデルがフィッシャーの定理により直接的に類似している点は、産業の平均単位費用の低下率が、その時点でのシェアで加重した単位費用の分散と等しいという命題である。この命題は、このモデルの仮定の下での定理であり、フィッシャーの定理と類似していることが確認された。我々がパラメータを変化させることによって得られた淘汰過程の方向についての結果に対応するものが、生物学の研究の中にあるかはわからない。

この脚注 2 で述べられている第 2 節のモデルによって導き出された、産業の平均単位費用の低下率がその時点でのシェアで加重した単位費用の分散と等しいという命題（proposition）こそが重要な結論かもしれない。すなわち、この結果は、産業内の投入係数の分散が大きいほど、言い換えれば、産業内の技術が同質的でなく異質的であるほど、賃金を変化させた時の産業の平均単位費用の低下率が大きくなることを意味している。すなわち、多様性があるほど生産性の改善が進みやすいということを示唆しているのである。多様性は重要なのである。

謝辞

本稿を執筆するにあたり東京大学大学院経済学研究科の高橋伸夫先生から多大なご指導を賜りました。また、東京大学大学院経済学研究科修士課程の川島美紀氏、徐寧教氏とのディスカッションにより理解を深めることができました。ここに記して感謝申し上げます。

---

[12] 以下の引用は邦訳からの抜粋ではなく、本稿のために訳し直したものである。

参考文献

Nelson, R. R.（1968）. A “diffusion” model of international productivity differences in manufacturing industry. *American Economic Review*, *58*（5）, 1219–1248.

Nelson, R. R., & Winter, S. G.（1982）. *An evolutionary theory of economic change.* Cambridge, MA: The Belknap Press of Harvard University Press. 邦訳, リチャード・R・ネルソン、シドニー・G・ウィンター（2007）『経済変動の進化理論』後藤晃, 角南篤, 田中辰雄 訳. 慶應義塾大学出版会.

赤門マネジメント・レビュー　9 巻 6 号 2010 **年** 6 **月** 25 **日発行**

編集　東京大学大学院経済学研究科 ABAS/AMR 編集委員会

発行　特定非営利活動法人グローバルビジネスリサーチセンター

理事長　高橋 伸夫

東京都文京区本郷

http://www.gbrc.jp